

Liceo Scientifico Statale "G. Fracastoro" Verona

Programma classe 5AS a.s. 2021-2022

Materia: Matematica Docente Giugni Fabrizio N° ore settimanali: 4

Testi: Bergamini-Trifone-Barozzi: Manuale Blu di Matematica Vol 5 Ed Zanichelli. Terza edizione
+ appunti docente

Topologia della retta reale e primi elementi sui limiti e continuità: Insiemi limitati ed illimitati. Assioma di completezza. Esistenza ed unicità dell'estremo superiore ed inferiore. Intervalli ed intorni, proprietà degli intorni, proprietà di separazione, punti di aderenza, di accumulazione ed isolati. Insiemi aperti e chiusi. Ampliamento della retta reale: intorni di $+$ e $-\infty$. Teoria dei limiti: definizione topologica di limite. Limite di una restrizione, limite destro e sinistro. Teoremi di unicità del limite, di permanenza del segno, del confronto. Teoremi per il calcolo di limiti. Infiniti ed Infinitesimi. Gerarchia degli infiniti e degli infinitesimi e loro uso nel calcolo dei limiti. Ordine di infinito ed ordine di infinitesimo. Forme indeterminate. Definizione intuitiva di continuità e sue relazioni con il concetto di limite.

Funzioni continue. Definizione topologica di continuità e sue relazioni con il concetto di limite. Il problema della continuità nei punti isolati. Teorema di continuità della composizione di funzioni continue (senza dimostrazione). Teorema di permanenza del segno per le funzioni continue. Algebra delle funzioni continue.

Teoremi fondamentali sulle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato: teoremi degli zeri delle funzioni continue, di Weierstrass, di Bolzano o dei valori intermedi. Continuità, monotonia ed invertibilità: inversa di funzioni continue. Classificazione delle discontinuità. Asintoti verticali, orizzontali ed obliqui.

Calcolo differenziale per le funzioni di una variabile: funzione rapporto incrementale, derivata in un punto, derivata destra e sinistra, significato geometrico della derivata. Derivabilità e continuità, derivabilità e differenziabilità: differenziale. Funzione derivata, derivate di ordine superiore. Dimostrazione delle derivate delle funzioni elementari. Derivata di una somma, del prodotto per costanti, derivata del prodotto (regola di Leibniz), del quoziente, della funzione reciproca, della funzione inversa. Derivata della funzione composta. Funzioni crescenti in un insieme, definizione di massimo e di minimo locali, condizione necessaria per l'esistenza del massimo e/o del minimo relativo: Teorema di Fermat. Flessi a tangente orizzontale. Teoremi di Rolle, Lagrange e corollari. Definizione di primitiva di una funzione. Teoremi di L'Hospital. Teoremi relativi ai rapporti tra convessità e derivata seconda. Flessi a tangente obliqua. Punti critici di una funzione: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Studio di funzione. Formula di Taylor e suo uso per determinare massimi e minimi locali con la derivata seconda. Problemi di ottimizzazione

Teoria elementare dell'integrazione (Riemann): suddivisioni di un intervallo, somme inferiori e somme superiori relative ad una suddivisione e teoremi relativi, integrale inferiore ed integrale superiore secondo Riemann: integrale definito. Interpretazione geometrica dell'integrale definito; continuità ed integrabilità, teorema della media integrale, proprietà dell'integrale definito. L'integrale esteso ad un intervallo orientato: teorema fondamentale del calcolo integrale. Le funzioni integrali. Integrale indefinito. Metodi di integrazione. Volume di solidi di rotazione. Calcolo di volumi con il metodo delle sezioni. Integrale improprio di prima e seconda specie.

Calcolo numerico: metodi di approssimazione per la ricerca degli zeri di una funzione. Metodo di bisezione.

Equazioni differenziali: definizioni e simbologie, integrale di una equazione differenziale, equazioni differenziali del primo ordine. equazioni del tipo $y'=f(x)$, equazioni differenziali a variabili separabili, equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Modelli dinamici ed equazioni differenziali: Modello di Malthus e di Verhulst. (*Cittadinanza digitale: Costruzione di modelli: significato e conseguenze. Uso consapevole degli strumenti informatici*).

Geometria cartesiana dello spazio: Coordinate nello spazio, vettori nello spazio, piano e sua equazione, distanza tra punto e piano, retta e sua equazione, posizione reciproca di una retta e un piano, la superficie sferica. Ripasso: norma o modulo di un vettore, prodotto scalare e vettoriale (con il determinante di una matrice simbolica), rango di una matrice e loro uso nella geometria analitica dello spazio.

Verona, 10 Maggio 2022

Il docente Fabrizio Giugni